Fit in Mathe

Mai 2013 Klassenstufe 10

Thema	**Wurzelfunktionen**

❶ Unter der n-ten Wurzel einer nicht-negativen Zahl x (in Zeichen: $\sqrt[n]{x}$) versteht man **die** nicht-negative Zahl, die n mal mit sich selber multipliziert, die Zahl x ergibt.
Dabei schreibt man für $\sqrt[2]{x}$ einfach $\sqrt{x}$.
Was ist also (ohne Taschenrechner) im Sinne obiger Definition:

a) $\sqrt{169}$ b) $\sqrt{2{,}25}$ c) $\sqrt{\frac{9}{25}}$ d) $\sqrt{7056}$ e) $\sqrt{6272{,}64}$ f) $\sqrt[3]{216}$ g) $\sqrt[3]{0{,}216}$

h) $\sqrt[5]{0{,}00001}$

Die Quersumme der Summe aller Ergebnisse ist ___.

❷ Ermittle durch Nutzung obiger Definition der Wurzel die Umkehrfunktion folgender Funktionen und skizziere ihren Graphen:

a) $y=x^2-4$ mit dem Definitionsbereich $[0,+\infty)$
b) $y=x^2-4$ mit dem Definitionsbereich $(-\infty,0]$

Die Betrag des y-Abschnitts ist bei beiden Umkehrfunktionen ___.

❸ Bestimme wie in Aufg. 2 eine Unterteilung des Definitionsbereiches der Funktion $y=x^2-8x+16$, für die es jeweils eine Umkehrfunktion gibt und ermittle deren Funktionsgleichung.

Die Betrag des y-Abschnitts ist bei beiden Umkehrfunktionen ___ .

❹ Bestimme eine natürliche Zahl n so, dass der Graph von $f(x)=\sqrt[n]{x}$ durch den Punkt P geht.

a) $P(125/5)$ b) $P(128/2)$ c) $P(10000/10)$

Die Summe aller n ist ___.

❺ Gib den Definitions- und Wertebereich folgender Funktionen an:

a) $f(x)=\sqrt{x-1}$ b) $f(x)=\sqrt{x^2+1}$ c) $f(x)=\sqrt[3]{x^2-4}$ d) $f(x)=\sqrt{x^2-4x+3}$

Die Länge des kürzesten Ausnahmeintervalls der Definitionsbereiche ist ___ .

❻ Was ist der Definitionsbereich folgender Funktionen und wie sehen ihre Graphen aus?

a) $f_1(x)=\sqrt{16-x^2}$ b) $f_2(x)=-\sqrt{16-x^2}$.

Fit in Mathe

Mai 2013 Klassenstufe 10

Welche geometrische Figur bilden die Graphen?

Das kleinste umfassende Rechteck dieser Figur mit achsenparallelen Seiten hat die Fläche ___ .

❼ Was ist der Definitionsbereich der Funktionen

$f_1(x)=\frac{2}{3}\sqrt{9-x^2}$ und $f_2(x)=-\frac{2}{3}\sqrt{9-x^2}$ und wie sehen ihre Graphen aus?

Welche geometrische Figur bilden die Graphen ?

Das kleinste umfassende Rechteck dieser Figur mit achsenparallelen Seiten hat die Fläche ___ .

❽ Zeige, dass für $x, y>0$ gilt: $\frac{y-x}{\sqrt{y}+\sqrt{x}}=\sqrt{y}-\sqrt{x}$.

Folgere daraus, dass $y>x$ genau dann gilt, wenn $\sqrt{y}>\sqrt{x}$ ist.

Hier hilft die binomische Formel Nr ___.

❾ Für welche x gilt:

a) $\sqrt{2x^2+3x+\frac{3}{2}}>\sqrt{x^2+x+\frac{1}{2}}$ b) $\sqrt{\frac{x-1}{x+2}}>\sqrt{\frac{x+3}{x-2}}$ c) $\sqrt{x^2+5x+10}>\sqrt{2x^2-x-6}$

Die Länge des größten Ausnahmeintervalls ist ___

Die Lösungszahlen in willkürlicher Reihenfolge sind:	10	64	2	4	14	2	14	3	24

❿ Expertenaufgabe

Für alle $n\in N$ und $x\in R\setminus\{1\}$ gilt folgende Formel:

$1+x+x^2+x^3+...+x^{n-1}=\frac{x^n-1}{x-1}$

Leite daraus her, dass für alle x> 0 gilt:

a) wenn $x>1$ ist, dann ist $1<\sqrt[n+1]{x}<\sqrt[n]{x}<x$

b) wenn $0<x<1$ ist, dann ist $x<\sqrt[n]{x}<\sqrt[n+1]{x}<1$

Leite weiterhin her, dass für alle $x>0$ gilt: $\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{x}=1$