



# Fit in Mathe

März 2013

Klassenstufe 12

Thema

## Ableitungsregeln

1 Bestimme die Ableitungen folgender Funktionen

- 1)  $f(x)=c$  ( $c \in \mathbb{R}$ ) 2)  $f(x)=x^{n+2}$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) 3)  $f(x)=e^x$  4)  $f(x)=\sin(x)$   
 5)  $f(x)=\cos(x)$  6)  $f(x)=2e^x+3x^4+10\sin(x)$

Die Summe aller  $f'(0)$  ist \_\_\_\_\_.

2 Die Produktregel für die Ableitung eines Produktes  $P(x)=f(x) \cdot g(x)$  zweier differenzierbarer Funktionen lautet:  $P'(x)=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$ .

Bilde die Ableitungen von

- 1)  $P(t)=te^t$  2)  $P(x)=x^2 \cdot x^{1/2}$  3)  $P(x)=\sin(x)e^x x^2$

Die Summe aller Ableitungswerte  $P'(0)$  ist \_\_\_\_\_.

3 Die Quotientenregel für die Ableitung eines Quotienten  $Q(x)=f(x)/g(x)$  zweier differenzierbarer Funktionen lautet:  $Q'(x)=\frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$ .

Bilde die Ableitungen von:

- a)  $Q(x)=\frac{10x}{x^2+1}$  b)  $Q(x)=\frac{-9e^x}{3e^x+4x}$  c)  $Q(x)=\frac{\sin(x)}{x+1}$

Die Summe aller Ableitungswerte  $Q'(0)$  ist \_\_\_\_\_.

4 Gegeben sind die Funktionen (i)  $f(x)=\sin(x)$  (ii)  $g(x)=x^{-\frac{1}{2}}$  (iii)  $h(x)=\frac{1}{x}$

Bestimme folgende zusammengesetzte Funktionen

- 1)  $f(g(h(x)))$  2)  $g(h(f(x)))$  3)  $h(g(f(x)))$  4)  $f(h(g(x)))$  5)  $g(f(h(x)))$   
 6)  $h(f(g(x)))$

	1	2	3	4	5	6
$\sin(\sqrt{x})$						
$\sqrt{\sin(x)}$						
$(\sqrt{\sin(x^{-1})})^{-1}$						
$(\sin(\frac{1}{\sqrt{x}}))^{-1}$						

Die Anzahl der Kreuze in den grau hinterlegten Feldern ist \_\_\_\_\_

Wer am Ende seiner Schulzeit alle "Fit in Mathe"-Aufgabenblätter eigenständig und erfolgreich bearbeiten kann, erfüllt unsere Erwartungen an die Mathematikkompetenzen unserer Studienanfänger. Die mathematischen Voraussetzungen für einen erfolgreichen Studieneinstieg an unserer Hochschule sind damit gegeben.



# Fit in Mathe

März 2013

Klassenstufe 12

- 5 Die Kettenregel der Ableitungen besagt:  $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$   
Bilde die Ableitungen der Funktionen:

1)  $F(x) = \sin(x^2)$  2)  $F(x) = (4 \cos(x))^2$  3)  $F(x) = e^{2 \sin(x^2)}$

Die Summe der Ableitungswerte  $F'(0)$  ist \_\_\_\_.

- 6 Die Funktion  $F(x) = x^a$  kann für jedes reelle  $a$  und jedes  $x > 0$  definiert werden als  $F(x) = e^{a \ln(x)}$ . Es gilt außerdem  $(\ln(x))' = \frac{1}{x}$ .

a) Leite eine Ableitungsregel her für  $F(x) = x^a$ .

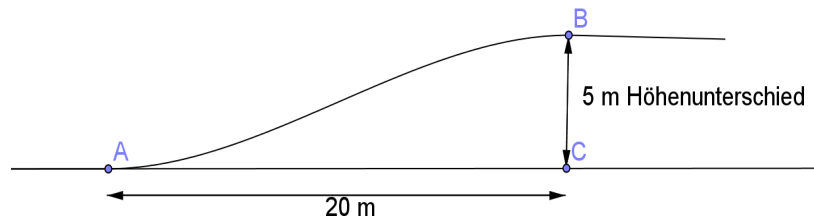
b) Leite aus der Kettenregel und dem Ergebnis aus a) eine Ableitungsregel her für:

$F(x) = \frac{1}{g(x)}$  (Vergleiche mit der Quotientenregel).

c) Gegeben seien differenzierbare Funktionen  $f(x)$  und  $g(x)$ . Wenn  $f(x) > 0$  ist, kann man wie oben eine Funktion  $F(x) = f(x)^{g(x)}$  definieren. Leite für diese Funktion eine Ableitungsregel her.

Wenn im Fall b) und c)  $f(x) = g(x) = x$  ist, ergibt sich für  $F'(1)$  \_\_\_\_.

7



Ein Höhenunterschied zwischen zwei Ebenen ist so zu überwinden, dass der Profilverlauf durch ein Polynom möglichst kleinen Grades beschrieben werden kann, das an den Enden stetig differenzierbare Übergänge hat. Bestimme das Polynom!

Der positive kleinste gemeinsame Nenner der Koeffizienten des Polynoms ist \_\_\_\_.

Die Lösungszahlen in willkürlicher Reihenfolge sind:

1	800	0	15	14	3	1
---	-----	---	----	----	---	---

- 8 Expertenaufgabe

Leite mit Hilfe der Kettenregel aus der Identität  $f^{-1}(f(x)) = x$  die Ableitungen folgender Funktionen her.

1)  $g(x) = \ln(x)$  2)  $g(x) = \arcsin(x)$  3)  $f(x) = \arctan(x)$

Wer am Ende seiner Schulzeit alle "Fit in Mathe"-Aufgabenblätter eigenständig und erfolgreich bearbeiten kann, erfüllt unsere Erwartungen an die Mathematikkompetenzen unserer Studienanfänger. Die mathematischen Voraussetzungen für einen erfolgreichen Studieneinstieg an unserer Hochschule sind damit gegeben.